1.Вывод закона сохранения момента импульса из принципа наименьшего действия и изотропности пространства.

Принцип наименьшего действия состоит в том, что система движется по траектории, которая соответствует минимальному действию. Необходимым условием минимизации является:

Изотропность пространства означает неизменность свойств пространства в каждой точке по всем направлениям.

Рассмотрим i-ую материальную точку.

 радиус-вектор материальной точки

масса материальной точки

 скорость материальной точки

импульс материальной точки

 момент импульса материальной точки

Момент импульса системы из N материальных точек:

Рассмотрим поворот системы как целого на угол относительно некоторой

оси.

 (1.1)

 (1.2)

Изменение функции Лагранжа при повороте системы будет равно нулю в силу изотропности пространства: .

Из этого следует, что , т.е. при движении замкнутой системы момент импульса системы не изменится.

Рассмотрим теперь систему из N материальных точек, помещенную во внешнее поле. В таком случае функция Лагранжа имеет следующий вид:

потенциальная энергия взаимодействия частиц между собой,

потенциальная энергия внешнего поля.

Уравнения Лагранжа имеют вид: .

Воспользуемся тем, что , для левой части равенства:

При отсутствии внешнего поля момент импульса остался бы неизменным, и мы бы получили справа ноль. Это приводит к тому, что

Момент импульса системы, помещенной во внешнее поле, не сохраняется и равен сумме моментов сил, приложенных к точкам системы со стороны внешнего поля.

K'

Рассмотрим две системы отсчета К и К'.

K

Момент импульса системы складывается из момента импульса ее движения и ее собственного момента импульса в системе отсчета, где она покоится.

2. Модель коллективного поведения Краснощекова (стадо).

Имеется коллектив из N участников и две альтернативы A и . Каждый участник должен выбрать одну из альтернатив, имея изначально мнение насчет выбора, при этом он может поменять свое мнение после информационного взаимодействия с другими участниками.

Рассмотрим i-ого участника коллектива:

 апостериорная вероятность того, что участник выбирает А,

априорная вероятность того, что участник выбирает А,

коэффициент индивидуализма,

Если , то i-ый участник является конформистом, если , то i-ый участник является индивидуалистом, т.е. никто из участников не может повлиять на его мнение. Для индивидуалиста , т.к. не меняется после общения с коллективом. Рассмотрим апостериорную вероятность для конформиста. Для этого введем вероятность того, что j-ый участник коллектива убедит i-ого участника коллектива своей правоте при условии, что j-ый участник коллектива обязательно выберет А. Тогда по формуле полной вероятности получаем:

Для конформиста:

 т.к. мнение его самого не влияет на его выбор;

, т.к. на него может повлиять любой член коллектива;

Для i-ого участника коллектива, для которого :

Запишем это уравнение в векторном виде:

Обозначим

Рассмотрим модель стада. Для всех участников стада . Это означает, что и .

Суммы всех элементов строк такой матрицы равны нулю:

Из этого следует, что система имеет неединственное решение.

В такой модели все участники ведут себя одинаково и подражают друг другу:

Покажем, что кроме таких решений больше решений нет. Предположим, что другие решения существуют. Тогда выберем максимальную компоненту вектора: .

Рассмотрим ситуацию наличия вожака в стаде: . Тогда

 имеет единственное решение. Все

Таким образом, поведение вожака копирует каждый участник стада.